COMPARACION TEORICA DE LAS EFICIENCIAS DE DOS TECNICAS DE SELECCION EN LA SELECCION MASAL

Jaime Sahagun Castellanos[1]

RESUMEN

Se hace una comparación de las eficiencias teóricas de las técnicas de Gardner y de Molina en el método de selección masal cuando se consideran a sublotes con homogeneidad ambiental intra sublote, conteniendo cada uno de ellos a n individuos y el número total de individuos es b. Las conclusiones básicas fueron: 1) con la técnica de Molina en el 100% de los casos se selecciona a los b genotipos mejores del lote de selección masal; 2) al emplear la técnica de Gardner, la selección de los b genotipos mejores se da con una probabilidad de $|(b!)\ (n!)^s(sn-b)!|/|(a!(n-a)!^s(sn)!|$; siendo $a = b/s$ y 3) a medida que la población sujeta a mejoramiento sea más heterogénea, cobra más trascendencia emplear una u otra técnica; en estos casos la diferencia entre las respuestas aplicando las técnicas de Molina y Gardner tienden a ser mayores que en los casos en que la población sea menos heterogénea.

[1] Profesor Investigador, Departamento de Fitotecnia de la UACh, Chapingo, México.

SUMMARY

A comparison was made on the theoretical eficiencies of techniques of Gardner and of Molina in the masal selection method when s subplots with intra subplots environmental homogeneity are considered, each of them containing an individuals and the total number of individuals is b. the basic conclusions were: 1) with the Molina technique in 100% of the cases the best b genotypes of the masal selection plot are selected; 2) when the Gardner technique is used the selection of the best b genotypes is set with a probability of $\{(b!)(n!)^s\,(sn-b)!\}/\{(a!)\,[(n-a)!]^s(sn)!\}$; where a=b/s and 3) as the population subject to improvement is more heterogeneous, the use of one or the other technique becomes more important; in these cases the difference between the results of the use of the techniques of Molina or of Gardner tends to be greater tham in those cases when the population is less heterogeneous.

INTRODUCCION

Para la investigación agrícola de escasos recursos, la Genotecnia ha encontrado en la selección masal un método de mejoramiento encaminado a la obtención de variedades que se adecúan al tipo de agricultura al que aquélla sirve. La actividad agrícola en México actualmente está caracterizada, en gran parte, dentro del tipo de agricultura tradicional o de subsistencia; con este solo hecho basta para afirmar que la importancia de la selección masal como método de mejoramiento es grande. Sin embargo, se pueden presentar situaciones al fitomejorador en que, una vez que ha establecido su lote de selección masal, formado por un conjunto de sublotes homogéneos, tenga que decidir entre la aplicación de diferentes técnicas que hagan más eficiente la selección; entre otras la técnica de Gardner, (Gardner, 1961) o la técnica de Molina (Márquez, 1971). En la actualidad, no se tiene, desde el punto de vista teórico un criterio que diga si una técnica es más eficiente que otra o si ambas son igualmente eficientes.

El propósito de este trabajo consiste en comparar teóricamente las eficiencias de las técnicas de Gardner y Molin- en el método de selección masal, con el fin de establecer, bajo las condiciones en que ambas técnicas son aplicables, cuál es la más eficiente.

REVISION DE LITERATURA

El principio en que se basa el método de selección masal es muy sencillo. Consiste en seleccionar a los b genotipos mejores a partir de un lote que contiene un número grande de ellos. Con los genotipos así seleccionados, se hace un compuesto balanceado de semilla para establecer un nuevo lote de selección masal e iniciar un siguiente ciclo de selección.

La técnica a seguir con el fin de hacer la selección de los b genotipos mejores es un asunto crucial en el método de selección que nos ocupa. Si consideramos que la expresión fenotípica de cada individuo está formada por una componente ambiental y una componente genética y si la componente ambiental es la misma en todos los casos, entonces los b mejores fenotipos corresponderán a los b genotipos superiores. Sin embargo, lo que ocurre es que la componente ambiental no es la misma en todos los casos, dando esto como consecuencia el que a los b mejores fenotipos no necesariamente correspondan los b genotipos superiores.

Gardner (Márquez, 1971), ante la situación descrita anteriormente, considera que el lote de selección masal se divide en un número s de sublotes con la idea de que dentro de cada uno de esos sublotes se dispongan invidiuos en igualda- ambiental y llegado el momento, se haga la selección dentro de cada sublote, lo que nos permitiría seleccionar a los mejores genotipos de cada sublote. A menor tamaño de sublote se tendrán mayores probabilidades de homogeneidad del suelo dentro de éste, pero la muestra de plantas que en él se siembre es de menor tamaño y, por lo tanto, menos representativa.

Por su parte, la técnica de Molina (Márquez, 1971), apoyada también en la formación de s sublotes con homogeneidad ambiental intra sublote, considera un ajuste de los valores fenotípicos originales (Y_{ij}) consistente en restarles la diferencia entre el valor promedio de los fenotipos originales que se encuentran en el mismo sublote ($\overline{Y}_{i}.$) y la media de los fenotipos originales de todos los individuos del lote de selección masal ($\overline{Y}..$); es decir, si al valor ajustado del individuo j que está en el sublote i lo representamos por $\hat{Y}_{ij}$, entonces:

$$\hat{Y}_{ij} = Y_{ij} - (Y_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot})$$

y una vez hecho el ajuste de todos los valores fenotípicos del lote de selección masal, se seleccionan los b genotipos correspondientes a los b mayores valores ajustados.

Márquez (1971), al hacer un análisis de la expresión de ajuste de Molina (1), considera la identidad

$$Y_{ij} = \bar{Y}_{\cdot\cdot} + (\bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot}) + (Y_{ij} - \bar{Y}_{i\cdot})$$

en donde Y_{ij}, $\bar{Y}_{i\cdot}$ y $\bar{Y}_{\cdot\cdot}$ son definidos de la misma forma en que anteriormente lo fueron y $(\bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot})$ representa el efecto del sublote i. De esta última ecuación resulta que

$$Y_{ij} - (\bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot}) = \bar{Y}_{\cdot\cdot} + (Y_{ij} - \bar{Y}_{i\cdot}) \qquad \ldots(1)$$

es decir los valores ajustados expresan valores libres de efectos ambientales, de manera que a los b mayores valores ajustados corresponderán los b mayores genotipos del lote de selección masal.

Comparación teórica de las dos técnicas

Por principio, aceptando que los supuestos bajo los que son aplicables las técnicas de Molina y de Gardner se satisfacen; es decir, considerando homogeneidad ambiental dentro de cada sublote y suponiendo además que la interacción entre efectos ambientales y genotípicos es despreciable, a continuación haremos un breve análisis de cada una de las dos técnicas, considerando a sublotes con n individuos cada uno.

Técnica de Gardner

Esta técnica considera la selección de los a, a = b/s, mejores fenotipos dentro de cada sublote. Si a los fenotipos de cada sublote los expresamos mediante la identidad

$$Y_{ij} = \overline{Y}_{i\cdot} + (Y_{ij} - \overline{Y}_{i\cdot}),\ i = 1,2,\ldots, S;\ j = 1,2,\ldots, n \qquad \ldots(2)$$

y si consideramos que la diferencia $Y_{ij} - Y_{i\cdot}$ expresa el efecto del genotipo del individuo ij y si además definimos

$$\overline{Y}_{i\cdot} = \mu_i$$

$$\text{y} \qquad (Y_{ij} - \overline{Y}_{i\cdot}) = g_{ij} \qquad \ldots(3)$$

entonces, por (3), (2) se puede expresar de la manera

$$Y_{ij} = \mu_i + g_{ij},\ i = 1,2,\ldots, S;\ j = 1,2,\ldots, n \ \ldots(4)$$

de manera que si los valores fenotípicos del sublote
i (i = 1,2,..., S)
se presentan en orden decreciente de magnitud y este orden resulta ser

$$Y_{i_1}, Y_{i_2}, \ldots, Y_{ia}, \ldots, Y_{in} \qquad \ldots(5)$$

que no es necesariamente el orden en que se consideran originalmente, o bien, por (4),

$$\mu_i + g_{i_1}, \mu_i + g_{i_2}, \ldots, \mu_i + g_{ia}, \ldots, \mu_i + g_{in}$$

y si a cada término de esta última expresión se le resta la constante μ_i, entonces resulta que el orden decreciente de magnitud de los genotipos del sublote i es

$$g_{i_1}, g_{i_2}, g_{i_3}, \ldots, g_{ia}, \ldots, g_{in} \qquad \ldots(6)$$

de manera que si comparamos esta expresión (6) con la (5) nos daremos cuenta que el orden de magnitud decreciente de fenotipos y genotipos es exactamente el mismo y esto significa que al seleccionar los mejores fenotipos del sublote i, también se están seleccionando a los a mejores genotipos de ese sublote. Así, al hacer la selección de a genotipos en cada sublote se obtendrán as = b genotipos seleccionados.

Técnica de Molina

Esta técnica considera la selección de los b individuos a los cuales corresponden los b mayores valores ajustados. Si a los valores fenotípicos los expresamos mediante la identidad,

$$Y_{ij} = \overline{Y}_{..} + (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}) + (Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}),\ i = 1,2,\ldots,S;\quad j = 1,2,\ldots,n \qquad \ldots(7)$$

en donde Y_{ij} es el valor fenotípico del individuo ij en el sublote i, $(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})$ es el efecto ambiental del sublote i y $(\overline{Y}_{ij} - \overline{Y}_{i.})$ es el efecto genotípico del individuo ij en el sublote i, y si definimos

$$\overline{Y}_{..} = \mu$$

$$\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..} = e_i$$

$$Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} = g_{ij} \qquad \ldots(8)$$

entonces la identidad (7) también se podrá expresar como

$$Y_{ij} = \mu + e_i \neq g_{ij},\quad i = 1,2,\ldots,S;\quad j = 1,2,\ldots,n \qquad \ldots(9)$$

en virtud de que los valores ajustados tienen la expresión

$$\hat{Y}_{ij} = \overline{Y}_{..} + (Y_{ij} - Y_{i.}) \qquad \ldots(10)$$

entonces, por 9*), esta expresión también puede presentarse de la manera

$$\hat{Y}_{ij} = \mu + g_{ij} \qquad \ldots(11)$$

de donde se desprende que si los valores ajustados se disponen en orden decreciente de magnitud, al seleccionar a los b individuos cuyos b valores ajustados son los mayores, también se estarán seleccionando los b genotipos superiores del lote de selección masal.

Comparación

Considerando que las suposiciones bajo las cuales son aplicables las técnicas de Molina y de Gardner se satisfacen; esto es, suponiendo que existe homogeneidad ambiental dentro de cada sublote y que la interacción genotipo-ambiente es despreciable, a continuación haremos una comparación, desde el punto de vista teórico de las eficiencias de ambas técnicas, considerando que, como el objetivo de la selección masal es seleccionar a los b genotipos mejores, será más eficiente aquella que proporcione con mayor frecuencia a los mejores b genotipos.

Dado que los genotipos no se pueden identificar al momento de distribuirlos en el lote de selección masal, podemos legítimamente considerar que la distribución de éstas en el lote de selección masal, es completamente al azar; así, si consideramos que los sn genotipos se distribuyen en forma tal que se formen a sublotes con n genotipos cada uno, entonces existirán

$$\binom{sn}{n}\binom{sn-n}{n}\binom{sn-2n}{n}\ \cdots\ \binom{sn-(s-2)n}{n}\binom{n}{n} = \frac{(sn)!}{(n!)^{s}} \qquad \ldots(12)$$

formas de construir s sublotes de n genotipos cada uno.

Como vimos anteriormente, mediante la técnica de Molina invariablemente se seleccionan a los b genotipos mejores; esto es, cualquiera que sea la distribución de los sn genotipos en los s sublotes, la técnica de Molina nos conduce a seleccionar los mejores b genotipos con una probabilidad de 100%.

Por su parte, la técnica de Gardner, como hemos visto, nos conduce a la selección de los mejores a, a = b/s, genotipos dentro de cada uno de los s sublotes; sin embargo, los b genotipos de selección masal así seleccionados no necesariamente son los mejores del lote de selección masal; serán los b mejores cuando, por azar, dentro de cada sublote se encuentran a de los b mejores. El número de formas en que pueden ser distribuidos los sn genotipos de manera que en cada sublote queden a de los b mejores es

$$\binom{b}{a}\binom{sn-b}{n-a}\binom{b-a}{a}\binom{sn-b-(n-a)}{n-a}\binom{b-2a}{a}\binom{sn-b-2(n-a)}{n-a}\cdots\binom{b-(s-2)a}{a}$$

$$\binom{sn-b-(s-2)(n-a)}{n-1}\times\binom{b-(s-1)a}{a}\binom{sn-b-(s-1)(n-a)}{n-a} \qquad \ldots(13)$$

como

$$\binom{b}{a}\binom{b-a}{a}\binom{b-(s-2)a}{a}\ \cdots\binom{b-(s-2)a}{a}\binom{b-(s-1)a}{a} = \frac{b!}{(b-a)!a!}$$

$$\frac{(b-a)!}{(b-2a)!a!}\ \frac{(b-2a)!}{(b-3a)!a!}\ \cdots\ \frac{(2a)!}{a!a!}\cdot\frac{a!}{a!a!} = \frac{b!}{(a!)^{s}} \qquad \ldots(14)$$

y

$$\binom{sn-b}{n-a}\binom{sn-b-(n-a)}{n-a}\binom{sn-b-2(n-a)}{n-a}\ \cdots\ \binom{sn-b-(s-2)(n-a)}{n-a}$$

$$\binom{sn-b-(s-1)(n-a)}{n-a} = \frac{(sn-b)!}{\{sn-b-(n-a)\}!(n-a)!} \cdot \frac{\{sn-b-(n-a)\}}{\{sn-b-2(n-a)\}!(n-a)!} \cdot$$

$$\frac{\{sn-b2(n-a)\}!}{\{sn-b-3(n-a)\}!(n-a)!} \cdots \frac{\{2n-2a\}!}{(p-a)!(p-a)!} \frac{\{n-a\}}{0!(n-a)!} = \frac{\{sn-b\}!}{\{(n-a)!\}^s}$$

...(15)

entonces, al sustituir (14) y (15) en (13) resulta que el número de formas en que pueden ser distribuidas los sn genotipos de manera que en cada uno de los s sublotes queden a de los b mejores resulta ser

$$\frac{b!(xn-b)!}{(a!)^s\{(n-a)!\}^s} \qquad \text{...(16)}$$

De acuerdo con las expresiones (12) y (16), se obtiene que la probabilidad de que bajo la técnica se seleccionen los b mejores genotipos del lote de selección masal es

$$\frac{(b!)(sn-b)!(n!)^s}{(a!)^s\{(n-a)!\}^s(sn)!} \qquad \text{...(17)}$$

obviamente menor que la de selección por la técnica de Molina en las situaciones típicas.

En cuanto al aspecto genético, si la heterogeneidad genética de la población sujeta a mejoramiento es grande, los b mejores genotipos del lote de selección masal tendrán una medida que tenderá a ser más grande que la de la población a mejorar, en relación a si la población fuese menos heterogénea. Desde este punto de vista si la población es heterogénea, el adoptar una u otra técnica tiene más trascendencia que cuando la población es menos heterogénea. En la primera situación, la técnica de Molina tiende a producir mayor respuesta que la de Gardner en tanto que en la segunda, obviamente, la respuesta aplicando la técnica de Molina tiende a ser mayor, aunque en menor cuantía que en la situación anterior, que la obtenida aplicando la técnica de Gardner.

Por otra parte, de un rápido análisis de la expresión (17), nos daremos cuenta que ésta es igual a la unidad cuando s = 1, es decir, cuando el lote de selección masal consta de un sólo sublote, la probabilidad de que la técnica de Gardner proporcione los b genotipos mejores es de 100%. Esto significa que en estas situaciones las técnicas de Gardner y de Molina son igualmente eficientes.

Como una ilustración, a continuación se muestra en ejemplo sencillo en donde se pueden apreciar más objetivamente los aspectos anteriormente discutidos.

Supóngase que un lote de selección masal será constituido por los genotipos g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 y g_6, y que el lote de selección masal estará consitituido por dos sublotes con tres plantas de cada uno, y que se va a utilizar una presión de selección tal que el número de genotipos seleccionados por sublote sea uno; es decir, aquí se tiene que s = 2, n = 3, b = 2 y a = 1.

Las formas en que los genotipos pueden quedar distribuidos en los sublotes de acuerdo con la expresión (13), son 20, que a continuación se describen:

Forma	Sublote 1	Sublote 2
1	g_1, g_2, g_3	g_4, g_5, g_6
2	g_1, g_3, g_4	g_3, g_5, g_6
3	g_1, g_2, g_5	g_3, g_4, g_6
4	g_1, g_2, g_6	g_3, g_4, g_5
5	g_1, g_3, g_4	g_2, g_5, g_6
6	g_1, g_3, g_5	g_2, g_4, g_6
7	g_1, g_3, g_6	g_2, g_4, g_5
8	g_1, g_4, g_5	g_2, g_3, g_6
9	g_1, g_4, g_6	g_2, g_3, g_5
10	g_1, g_5, g_6	g_2, g_3, g_4
11	g_2, g_3, g_4	g_1, g_5, g_6
12	g_2, g_3, g_5	g_1, g_4, g_6
13	g_2, g_3, g_6	g_1, g_4, g_5
14	g_2, g_4, g_5	g_1, g_3, g_6
15	g_2, g_4, g_6	g_1, g_3, g_5
16	g_2, g_5, g_6	g_1, g_3, g_4
17	g_3, g_4, g_5	g_1, g_2, g_6
18	g_3, g_4, g_6	g_1, g_2, g_5
19	g_3, g_5, g_6	g_1, g_2, g_4
20	g_4, g_5, g_6	g_1, g_2, g_3

Supóngase ahora que en relación a su rendimiento, el orden descendente de los genotipos es g_6, g_1, g_5, g_4, g_2, g_3; es decir, que los genotipos que deben ser seleccionados son g_6 y g_1. Al aplicar la técnica de Molina estamos ciertos de que estos dos genotipos serán seleccionados, cualquiera que sea la forma de distribución de los genotipos en los sublotes; es decir, con la técnica de Molina se tiene una probabilidad de 100% de hacer la selección ideal. Sin embargo, la técnica de Gardner solamente nos proporcionaría a los genotipos g_6 y g_1, en aquellos casos en los que en cada sublote quedara uno de estos que son las formas (1, 2, 3, 5, 6, 8, 13, 15, 16, 18, 19 y 20); es decir, la técnica de Gardner nos proporciona a los mejores genotipos con una probabilidad de 12/20. Resultado que directamente puede ser obtenidos de la expresión (17) al considerar que

$$s = 2,\ n = 3,\ b = 2 \text{ y } a = 1$$

Por otra parte, si ahora consideramos que se tiene un solo sublote entonces solo habría una forma de distribuir a los genotipos; de donde tanto la técnica de Molina como la de Gardner nos producirían la selección ideal. Si se quisiera utilizar la expresión (17) para esta situación, se tendría que considerar que $s = 1$, $n = 6$, $b = 2$ y $a = 2$; es decir en este caso

$$\frac{(b!)(n!)^{s}(sn-b)!}{(a!)^{s}\{(n-a)!\}^{s}(sn)!} = \frac{(2!)\ (6!)\ (4!)}{(2!)\ (4!)\ (6!)} = 1$$

CONCLUSIONES

Si un lote de selección masal está constituido por un número sn de individuos distribuidos en s sublotes donde, dentro de cada uno de ellos, se encuentran n individuos en igualdad ambiental y se considera despreciable la interacción genético-ambiental, entonces de la comparación anterior de las técnicas de Gardner y Molina se pueden establecer las conclusiones siguientes:

1. En el caso general, las técnicas de Gardner y Molina tienen diferentes probabilidades de detectar a los b mejores genotipos del lote de selección masal.

2. La aplicación de la técnica de Molina proporciona los b genotipos mejores del lote en el 100% de los casos.

3. La probabilidad de que al aplicar la técnica de Gardner se seleccionen los b genotipos mejores es

$$\frac{(b!)(n!)^s(sn-b)!}{(a!)^s\{(n-a)!\}^s(sn)!}$$

4. La técnica de Molina es más eficiente que la de Gardner en el

$$\{\ 1 - \frac{(b!)(n!)^s(sn-b)!}{(a!)^s\{(n-a)!\}^s(sn)!}\ \}\ 100\%$$

de las veces.

5. La técnica de Gardner no puede superar a la de Molina.

6. La aplicación de las técnicas de Gardner y Molina proporcionan los mismos resultados el

$$\frac{(b!)(p!)^s(sn-b)!}{(a!)^s(n-a)!(sn)!}\ 100\ x\ \%$$

de las veces.

7. Cuando s = 1, con la aplicación de ambas técnicas siempre se seleccionarán los b genotipos mejores.

8. A medida que la población sujeta a mejoramiento sea más heterogénea, cobra más trascendencia emplear una u otra técnica, ya que en estos casos la diferencia entre las respuestas, aplicando las técnicas de Molina y Gardner, tienden a ser mayores que en los casos en que la población sea menos heterogénea.

BIBLIOGRAFIA

1. Gardner, C.O. 1961. An evaluation of effects of mass selection and seed irradiation with thermal neutrons on filed of corn. Crpo Sci. 1:241-245.

2. Márquez S., F. 1971. Interpretación a la fórmula de ajuste del rendimiento individual en la selección masal. Fitotecnia 2:1-2.