Rev. Fitotec. Mex. 12:147-155. 1989

UN EJEMPLO DE LA PRUEBA EXACTA DE LOS PARAMETROS DE ESTABILIDAD DE EBERHART Y RUSSELL

Roberto Cruz Medina[1]

RESUMEN

Es incuestionable la importancia de la interacción genotipo-ambiente en la selección de variedades con características deseables, de aquí la justificación de divulgar los métodos adecuados de análisis e interpretación de este fenómeno. En México, el método más popular entre los fitogenetistas para analizar esta interacción es el de Eberhart y Russell. Este método ha sido bastante criticado por violar las suposiciones de un análisis de regresión; sin embargo, utilizando los resultados de Mandel; Milliken y Graybill; y Shukla pueden superarse algunos de sus inconvenientes. Para presentar estas modificaciones se utilizan los datos de seis variedades de maíz (*Zea mays* L.) en 9 localidades, citados en 1976 por Márquez.

PALABRAS CLAVE ADICIONALES

Zea mays L.; Interacción genotipo-ambiente; Modelo multiplicativo; Ajuste bilineal.

SUMMARY

Genotype-environment interaction is of undeniable importance for selecting genotypes, and this justify the spreading of the suitable methods for the analysis and interpretation of this interaction. The most popular method for analyzing the genotype-environment interaction in México is that of Eberhart and Russell. This method has been somewhat criticized, but with the formulations given by Mandel, Milliken and Graybill, and Shukla some of its disadvantages can be overcome. With data cited by Márquez in 1976 of six varieties of maize in nine environments, those modifications are presented.

ADDITIONAL INDEX WORDS

Zea mays L.; Genotype-environment interaction; Multiplicative model; Bilinear fit.

INTRODUCCION

Al estudiar el comportamiento de un conjunto de genotipos en diversos ambientes, existen algunos que se adaptan mejor a más ambientes que el resto, así como otros que presentan gran adaptación a ambientes específicos; características que se necesitan identificar al seleccionar genotipos.

Se denomina como interacción genotipo-ambiente al comportamiento diferencial de un grupo de genotipos en diversos ambientes (entendiendo por ambiente al complejo climático, edáfico y tecnológico que actúa sobre el genotipo). Para analizar este comportamiento diferencial, el investigador dispone de datos como: rendimiento de grano y paja, materia seca, altura de planta, etc.; esto es, dispone de una gran cantidad de datos que debe interpretar y para hacerlo necesita mantenerse actualizado en su especialidad. Sin embargo, en muchos casos se desconocen los métodos adecuados de análisis de la interacción genotipo-ambiente de tal modo que se justifica el objetivo de este trabajo: divulgar los métodos adecuados para analizar este fenómeno.

[1] Profesor del Instituto Tecnológico de Sonora. Apdo. Postal 541. 85000 Ciudad Obregón, Sonora.

REVISION DE LITERATURA

Yates y Cochran (1938), al analizar grupos de experimentos de variedades en varios lugares y años, propusieron un análisis de regresión del rendimiento de cada variedad sobre el rendimiento promedio de cada localidad. Este procedimiento permaneció sin utilizarse hasta que Finlay y Wilkinson (1963) lo aplicaron para estudiar la estabilidad de varias poblaciones de cebada (*Hordeum vulgare*); definiendo como variedades estables a las poco afectadas por las condiciones ambientales, esto es: a aquéllas con un coeficiente de regresión cercano a cero.

Eberhart y Russell (1966), modificando la definición de Finlay y Wilkinson, definen como variedad estable a aquella con coeficiente de regresión igual a uno y poca desviación de las observaciones reales a la recta de regresión ajustada; proporcionan así el método más utilizado y conocido en México: el de los parámetros de estabilidad.

Este procedimiento utiliza las desviaciones de las medias de todas las variedades en cada ambiente con respecto a la media general como variables independientes y las medias de cada variedad en cada ambiente como variable dependiente en un análisis de regresión. Este método ha generado gran número de controversias, diciéndose que viola las suposiciones de la regresión; sin embargo, Mandel (1961), al analizar la interacción en tablas de doble clasificación, generaliza un resultado obtenido por Tukey (1949) y demuestra la validez del procedimiento al considerar como variables independientes a las desviaciones de las medias de un factor, y como variables dependientes a los residuales del modelo al ajustar los dos factores. Este resultado permaneció desconocido por los fitomejoradores hasta que Shukla (1972) lo aplicó al problema del análisis de la interacción genotipo-ambiente.

METODOLOGIA

Debido a que en la gran mayoría de los experimentos establecidos en México se utiliza el diseño en bloques al azar, se tratará el caso de *g* genotipos evaluados en *a* ambientes en un diseño en bloques al azar con *r* repeticiones.

Modelo Estadístico

Utilizando los principales enunciados por Searle (1971) se llega a determinar el modelo:

$$X_{ijk} = \mu + A_i + R{:}A_{ij} + G_k + GA_{ik} + e_{ijk} \quad (1)$$

donde:

$i = 1,2,\ldots, a;\ j = 1,2,\ldots, r;\ k = 1,2,\ldots, g$

Y_{ijk} : Observación del k-ésimo genotipo en el j-ésimo bloque del i-ésimo ambiente.

μ : Media general.

A_i : Efecto del i-ésimo ambiente.

$R{:}A_{ij}$: Efecto del j-ésimo bloque en el i-ésimo ambiente. Los dos puntos entre R y A indica que el factor R está anidado en A.

G_k : Efecto del k-ésimo genotipo.

GA_{ik} : Efecto de la interacción genotipo-ambiente.

e_{ijk} : Error asociado a X_{ijk}.

Se supone que $e_{ijk} \sim N(o, \sigma^2_e)$ y que para todo ijk $\neq$ i'j'k' e_{ijk} y $e_{i'j'k'}$ son independientes.

En este modelo los factores pueden considerarse fijos o aleatorios, dependiendo si se incluyen todos los niveles del factor en cuestión, o sólo una muestra de los niveles sobre los que se desea establecer inferencias, respectivamente.

Con estas consideraciones, tanto ambientes como genotipos generalmente son fijos y bloques, aleatorios.

Prueba de la Interacción Genotipo-Ambiente

Para probar la significancia de la interacción genotipo-ambiente se requiere conocer las esperanzas de los cuadrados medios en el cuadro de análisis de varianza. En la siguiente sección se presentan las pruebas apropiadas.

Descomposición de la interacción genotipo-ambiente.- El modelo más utilizado para explicar la interacción es el multiplicativo en el cual se supone que ésta es función del ambiente, esto es:

$$GA_{ik} = B_k A_i + d_{ik} \qquad (2)$$

Donde: A_i : Efecto del ambiente i

B_k : Coeficiente de respuesta lineal

d_{ik} : Desviación de la respuesta lineal del genotipo k.

De esta forma, el modelo 1 se transforma en:

$$X_{ijk} = \mu + (1+B_k) A_i + R{:}A_{ij} + G_k + d_{ij} + e_{ijk} \qquad (3)$$

Si el modelo se reparametriza de tal forma que $\Sigma B_k = 0$, en el caso particular cuando todas las $B_k = 0$ el modelo (3) se transforma en el modelo (1) (Shukla, 1972; Márquez, 1976). De esta forma, el problema de probar la igualdad de las B_k es equivalente a demostrar la presencia del término de no aditividad $B_k A_i$ en el modelo (3). Esta demostración la obtuvo Mandel (1961); el estimador b_k de B_k se puede obtener de los utilizados por Eberhart y Russell (1966).

$$b'_k = \frac{\Sigma_i \bar{X}_{i.k} (\bar{X}_{i..} - \bar{X}_{...})}{\Sigma_i (\bar{X}_{i..} - \bar{X}_{...})^2} \qquad (4)$$

$$b_k = \frac{\Sigma_i (\bar{X}_{i.k} - \bar{X}_{i..}) (\bar{X}_{i..} - \bar{X}_{...})}{\Sigma_i (\bar{X}_{i..} - \bar{X}_{...})^2} \qquad (5)$$

$$b_k = b'_k - 1 \qquad (6)$$

siendo b'_k el coeficiente de Eberhart y Russell. La SCNA (suma de cuadrados de no aditividad en términos de unidades experimentales) es:

$$SCNA = r\Sigma_k b_k^2 \, \Sigma \, (\bar{X}_{i..} - \bar{X}_{...})^2$$ con g-1 grados de libertad.

En presencia de la interacción GA, que es precisamente cuando se utiliza el modelo (2), la SCNA puede probarse con las desviaciones de regresión.

SCDR = SCGA-SCNA con (g-1) (a-2) grados de libertad

en donde:

SCGA : Suma de cuadrados de la interacción genotipo-ambiente

SCDR : Suma de cuadrados de desviaciones de regresión

Mandel (1961) demuestra que bajo

$$Ho : B_1 = B_2 = \ldots = B_g$$

$$Fc = \frac{SCNA/(g-1)}{SCDR/(g-1)\,(a-2)}$$

tiene distribución $F^1_{(g-1)\,(a-2)}$

Utilizando la teoría de modelos lineales (Cruz, 1990) se puede obtener la matriz de covarianzas del vector de coeficiente de regresión; de esta forma se demuestra que la hipótesis $Ho : B_k = B_h$ se puede probar con:

$$Fc = \frac{r\,\Sigma\,(\bar{X}_{i}.. - \bar{X}...)^2\,(b_k - b_h)^2/2}{SCDR/(g-1)\,(a-2)}$$

$$\sim F^1_{(g-1)\,(a-2)}$$

Los resultados se señalan en el Cuadro 1.

APLICACION DEL METODO

Para ejemplificar la aplicación del método se utilizarán los datos de Betanzos, citados por Márquez (1976) y presentados en el Cuadro 2; con estos datos se obtiene que:

SCG = 1.0683 r con 5 gl
SCA = 155.1234 r con 8 gl
SCGA = 7.6282 r con 40 gl

donde r es el número de repeticiones utilizadas en los diseños en bloques al azar en cada ambiente.

La significancia de la interacción genotipo-ambiente depende del error ponderado del diseño en bloques al azar (Cuadro 1); suponiendo que es significativo los coeficientes de regresión pueden calcularse con la ecuación (5) o bien mediante la ecuación (6).

Cuadro 1. Análisis de varianza del modelo (3): A,G fijos; R aleatorio.

FV	GL	SC	CM	Fc
A	a-1	SCA	$\frac{SCA}{a-1}$	$\frac{CMA}{CMR:A}$
R:A	(r-1)a	SCR:A	$\frac{SCR:A}{(r-1)a}$	
G	g-1	SCG	$\frac{SCG}{g-1}$	$\frac{CMG}{CME}$
GA	(a-1) (g-1)	SCGA	$\frac{SCGA}{(a-1)(g-1)}$	$\frac{CMGA}{CME}$
No aditividad	(g-1)	SCNA	$\frac{SCNA}{g-1}$	$\frac{CMNA}{CMDR}$
Desviaciones de regresión	(g-1) (a-2)	SCDR	$\frac{SCDR}{(g-1)(a-2)}$	
Error	(g-1) (r-1)a	SCE	$\frac{SCE}{(g-1)(r-1)a}$	
Total	arg-1			

Cuadro 2. Rendimientos promedio por parcela (kg, $X_{i.k}$) de 6 variedades de maíz evaluadas en 9 localidades.

	Variedades						
Ambientes	1	2	3	4	5	6	$\bar{X}_{i..}$
1	0.9300	1.0650	1.1650	0.7475	1.0875	0.5450	0.9233
2	1.8875	0.9575	1.4075	0.7025	1.1325	1.3075	1.2325
3	1.9850	1.6950	2.2975	1.3450	2.0675	2.0500	1.9067
4	2.3850	3.2900	2.8775	2.4375	2.0500	2.8225	2.6437
5	3.0050	2.9550	2.5500	3.6500	2.4075	2.9550	2.9204
6	4.2000	3.4750	3.5500	2.9750	3.6500	2.6750	3.4208
7	3.9925	4.2775	3.0825	4.3025	3.5000	2.9300	3.6808
8	4.8275	4.9050	4.8425	4.8325	4.9275	4.5675	4.8171
9	6.7075	7.1775	5.8225	6.0550	7.3275	6.7950	6.6475
$\bar{X}_{..k}$	3.3244	3.3108	3.0661	3.0053	3.1278	2.9608	3.1325

De esta forma se puede elaborar el Cuadro 3.

Prueba de la hipótesis Ho: $B_k = 0$. De los Cuadros 2 y 3 puede obtenerse:

$$\Sigma\, b^2_k = 0.0505$$

$$\Sigma\, (\bar{X}_{i..} - \bar{X}_{..})^2 = 25.8539$$

$$\text{SCNA} = r\Sigma b^2_k\, \Sigma(\bar{X}_{i..} - \bar{X}_{..})^2 = 1.3056\ r \text{ con 5 gl}$$

Cuadro 3. Coeficientes de regresión de los genotipos en estudio.

Genotipo	b_k	Desv. de reg.
1	- 0.0241	0.8708
2	0.0966	0.6792
3	- 0.1752	0.6564
4	0.0071	1.9916
5	0.0994	0.9820
6	- 0.0041	1.1406
Σ	0.0003	6.3206

$$SCDR = SCGA - SCNA = 6.3226\ r^{1} \text{ con } 35 \text{ gl}$$

$$Fc = \frac{\frac{1.3056\ r}{5}}{\frac{6.3226\ r}{35}} = 1.44$$

y como $Fc < F^{5}_{35}$ (α = .05) = 2.49 no se rechaza Ho; esto es, se concluye que el modelo multiplicativo no ayuda a explicar la interacción genotipo-ambiente.

DISCUSION

La diferencia principal entre el método descrito y el de Eberhart y Russell está en que el primero prueba la suma de cuadrados de no aditividad en forma exacta mediante una prueba de F. Otra diferencia está en el cálculo de los coeficientes de regresión, aunque los propuestos por Eberhart y Russell sólo difieren de los utilizados en este trabajo por una constante, la interpretación sí difiere.

Los coeficientes b'_k tienen un promedio igual a 1 y si no existe diferencia entre ellos se acepta la existencia de una relación lineal entre las medias por ambiente de cada genotipo y los índices ambientales. En cambio, como los coeficientes b_k tienen un promedio igual a cero, si no existe diferencia entre ellos como en el ejemplo anterior, no existe relación lineal entre los residuales de las medias por ambiente y los índices ambientales y se concluye que estos últimos no ayudan a explicar la interacción genotipo-ambiente.

Estos comentarios se ilustran en las Figuras 1 y 2 con el genotipo 3 que tiene el coeficiente b_k con mayor diferencia con respecto al promedio.

Ajuste Bilineal

Se puede refinar el ajuste del modelo multiplicativo por el método de mínimos cuadrados utilizando la metodología de Gabriel (1978). El procedimiento consiste en formar la matriz de desviaciones ($\overline{X}_{i.k} - \overline{X}_{..k}$) (llamémosla A, de orden aXg) y determinar los vectores normalizados y valores característicos de A'A y AA'. El vector característico de A'A correspondiente al mayor valor característico, multiplicado por la constante necesaria para que la suma de sus componentes sea g, el número de genotipos (6 en este caso), tendrá como elementos a $1+b_k$, los coeficientes obtenidos por ajuste bilineal.

El vector característico de AA' asociado al mayor valor característico proporciona los estimadores de A_i (índices ambientales).

En el Cuadro 4 se presentan los índices ambientales y los datos para el trazo de las Figuras 1 y 2. En el Cuadro 5 se presentan los coeficientes de regresión y los obtenidos por ajuste bilineal.

Como puede observarse los componentes de los vectores característicos son muy parecidos a los obtenidos por el método de regresión; además el valor característico (las matrices A'A y AA' tienen los mismos valores característicos) mayor es

$$L_1 = 156.4358$$

que representa la suma de cuadrados del ajuste lineal y bilineal que sólo es ligeramente mayor a:

$$SCA + SCNA = 156.4290$$

----

[1] Obsérvese una pequeña diferencia con respecto a la suma del Cuadro 3.

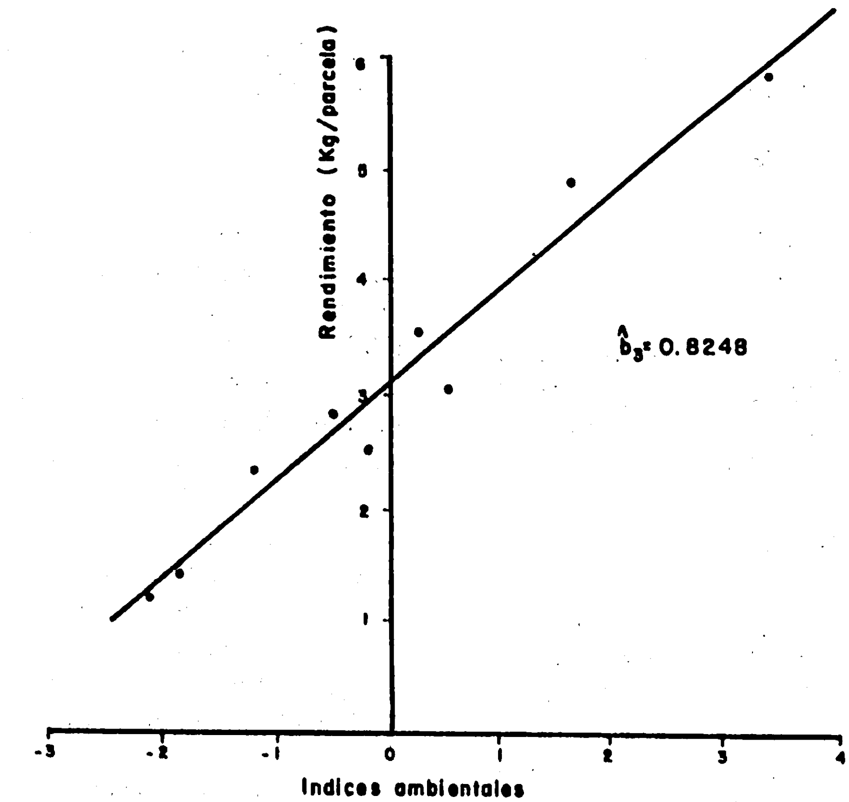

Figura 1. Línea de regresión del rendimiento del genotipo 3 con los índices ambientales. (Modelo de Eberhart y Russell).

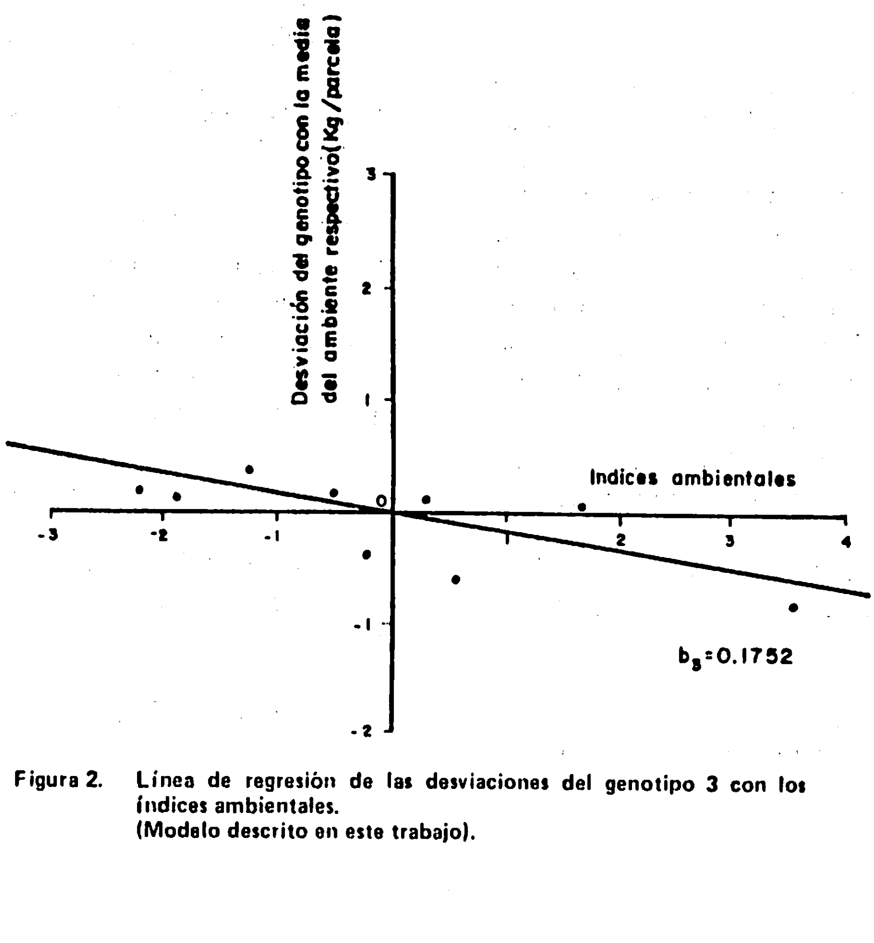

Figura 2. Línea de regresión de las desviaciones del genotipo 3 con los índices ambientales. (Modelo descrito en este trabajo).

Cuadro 4. Medias y desviaciones del genotipo 3 e índices ambientales del método de regresión y del ajuste bilineal.

Ambientes	Indices ambientales $\bar{X}_{i..} - \bar{X}_{...}$	$\bar{X}_{i}.3$ (Fig. 1)	$\bar{X}_{i}.3 - \bar{X}_{i..}$ (Fig. 2)	Ajuste bilineal vector característico (Matriz AA')
1	- 2.2092	1.1650	0.2417	- 2.1964
2	- 1.9000	1.4075	0.1750	- 1.9026
3	- 1.2258	2.2975	0.3908	- 1.2324
4	- 0.4888	2.8775	0.2338	- 0.4942
5	- 0.2121	2.5500	- 0.3704	- 0.2110
6	0.2883	3.5500	0.1292	0.2796
7	0.5483	3.0825	- 0.5983	0.5638
8	1.6846	4.8425	0.0254	1.6692
9	3.5150	5.8225	- 0.8250	3.5240

Cuadro 5. Coeficientes del modelo multiplicativo obtenidos por regresión y ajuste bilineal.

Genotipo	1	2	3	4	5	6
Regresión (b_k)	- 0.0241	0.0966	-0.1752	0.0071	0.0994	- 0.0004
Vector característico (Matriz A'A)	- 0.0241	0.0971	-0.1759	0.0075	0.0995	- 0.0004

por lo que no hay mejor ajuste al utilizar el método de mínimos cuadrados y se puede concluir, también al utilizar este procedimiento, que el modelo multiplicativo no fue adecuado para explicar la interacción genotipo-ambiente.

CONCLUSIONES

El modelo multiplicativo puede ser útil para explicar la interacción genotipo-ambiente; sin embargo, es conveniente utilizar la prueba exacta del modelo derivado por Mandel y presentada por Shukla (1972) en lugar de la utilizada por Eberhart y Russell (1966).

Cuando los coeficientes de regresión no expliquen en forma adecuada a la interacción genotipo-ambiente se puede tratar de ajustarlos por mínimos cuadrados.

BIBLIOGRAFIA

Cruz M., R. 1990. Análisis Estadístico de la Interacción Genotipo Ambiente. Instituto Tecnológico Agropecuario 21. DGETAM. SEP.

Eberhart, S.A. and W.A. Russell. 1966. Stability parameters for comparing varieties. Crop Sci. 6: 36-40.

Finlay, K.W. and G.N. Wilkinson. 1963. The analysis of adaptation in a plant-breeding programme. Aust. J. Agric. Res. 14: 742-754.

Gabriel, K.R. 1978. Least squares approximation of matrices by additive and multiplicative models. J. Royal Stat. Soc. B, 40: 186-196.

Mandel, J. 1961. Non-additivity in two-way analysis of variance. J. Amer. Stat. Assoc. 56: 878-888.

Márquez S., F. 1976. El Problema de la Interacción Genético-Ambiental en Genotecnia Vegetal. Ed. Patena A.C., México.

Milliken, G.A. and F.A. Graybill. 1970. Extensions of the general linear hypothesis model. J. Amer. Stat. Assoc. 65: 797-807.

Searle, S.R. 1971. Linear Model. John Wiley and Sons. USA.

Shukla, G.K. 1972. Some statisticals aspects of partitioning genotype-environmental components of variability. Heredity 29: 237-245.

Tukey, J.W. 1949. One degree of freedom for non-additivity. Biometrics. 5: 232-242.

Yates, F. and W.G. Cochran. 1938. The analysis of groups of experiments. J. Agr. Sci. 23: 556-580.